5ºB MATEMATICA

ECUACIONES LOGARITMICAS Y ECUACIONES EXPONENCIALES

EJEMPLOS

PROF. OJEDA

Escuela Municipal de Enseñanza Media N°1

San Clemente del Tuyú

ECUACIONES LOGARITMICAS

La incógnita se encuentra afectada por la **logaritmación**.

Para aquellas que son sencillas (tengo <u>un solo termino</u> en <u>cada miembro</u>), se usa la definición del logaritmo

$$\text{Log}_a b = c \iff a^c = b$$

$$\log_5(x-2)=0$$

$a = 5$

$b = x-2$

$c = 0$

$$5^0 = x-2$$

$$x-2=5^0$$

$$x-2=1$$

$$x = 1+2$$

$$x = 3$$

En alguna ecuaciones <u>tenemos mas de un termino en algún miembro</u>. Se deben aplicar las propiedades de la logaritmación para llegar al valor de la incógnita.

$$\boxed{\mathrm{Log}_a b + \mathrm{Log}_a c = \mathrm{Log}_a (b.c)}$$

$$\boxed{\mathrm{Log}_a b - \mathrm{Log}_a c = \mathrm{Log}_a (b/c)}$$

$$\boxed{n.\mathrm{Log}_a b = \mathrm{Log}_a b^n}$$

$$\boxed{(\mathrm{Log}_a b):n = \mathrm{Log}_a \sqrt[n]{b}}$$

$$\log_3(x+4)+\log_3(x-4)=2$$

$$\log_3[(x+4).(x-4)]=2$$

$$\log_3[x^2-16]=2$$

$$3^2= x^2-16 \Rightarrow x^2-16= 3^2$$

$$x^2= 9+16$$

$$x^2= 25$$

$$x= \pm\sqrt{25} \Rightarrow x= \pm 5$$

En otras ecuaciones a veces es necesario implementar un cambio de variable.

¡¡Para aclarar!!

$\mathrm{Log}_a\, x^2$ ⇨ La potencia solo afecta al argumento (la «x» en este caso)

$\mathrm{Log}_a^{\,2}\, x$ ⇨ La potencia afecta a todo el logaritmo: es como escribir $(\mathrm{Log}_a\, x)^2$

$\mathrm{Log}_2{}^2 x - 5.\,\mathrm{Log}_2 x = -4$

CAMBIO

$\mathrm{Log}_2 x = z$

$z^2 - 5.z = -4$

$z^2 - 5.\,z + 4 = 0$

$a = 1$

$b = -5$

$c = 4$

BASKARA

$$z_1, z_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

$$z_1, z_2 = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.1.4}}{2.1}$$

$z_1 = 4$

$z_2 = 1$

$z_1 = 4$

$\boxed{Log_2 x = z}$

$Log_2 x = 4$

$x = 2^4$

$x = 16$

$z_2 = 1$

$\boxed{Log_2 x = z}$

$Log_2 x = 1$

$x = 2^1$

$x = 2$

ECUACIONES EXPONENCIALES

La incógnita se encuentra formando parte de un exponente.

Para aquellas que son sencillas (tengo un solo termino en cada miembro), sirve transformar el termino numérico en una potencia de igual base que la que tiene la incógnita.

$$2^X = 16$$

$$2^X = 2^4$$

$$X = 4$$

$$2^X = \frac{1}{8}$$

$$2^X = \frac{1}{2^3}$$

$$2^X = 2^{-3}$$

$$X = -3$$

$$16^X = 2$$

$$16^X = \sqrt[4]{16}$$

$$16^X = 16^{1/4}$$

$$X = \frac{1}{4}$$

Sin embargo, existe la posibilidad de que el termino numérico no pueda expresarse como potencia de igual base a la de la incógnita.

En estos casos, debemos recordar el comportamiento de la ecuación como si fuera una balanza y se debe aplicar en ambos miembros el <u>mismo logaritmo</u>.

¡RECORDAR!

$\mathrm{Log}_{10}\, a \Rightarrow \mathrm{Log}\ a$

$\mathrm{Log}_{e}\, b \Rightarrow \mathrm{Ln}\, b$

$$2^x = 3$$

Prop. de logaritmo

$$\ln 2^x = \ln 3$$

$$x \cdot \ln 2 = \ln 3$$

$$x = (\ln 3):(\ln 2)$$

$$x \approx 1{,}58$$

Si en el exponente donde esta la incógnita hay mas de un termino, se aplica propiedades de la potencia.

Si en el miembro hay mas de un termino, se aplica FACTOR COMÚN.

$$5.2^x + 2^{x+2} = 18$$

$$5.2^x + 2^x.2^2 = 18$$

$$5.2^x + 2^x.4 = 18$$

$$2^x.(5+4) = 18$$

$$2^x.9 = 18$$

$$2^x = 18:9$$

$$2^x = 2 \Rightarrow x = 1$$

Al igual que con las ecuaciones logarítmicas a veces es necesario realizar un cambio de variable.

$$3^{2x} - 6.3^{x} = -5 \xrightarrow{\text{CAMBIO}} \boxed{3^{x} = w}$$

$$(3^{x})^{2} - 6.3^{x} = -5$$

BASKARA

$$w^{2} - 6.w + 5 = 0$$

$$w_1, w_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^{2} - 4.a.c}}{2.a}$$

$a = 1$

$b = -6$

$c = 5$

$$w_1, w_2 = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^{2} - 4.1.5}}{2.1}$$

$w_1 = 5$

$w_2 = 1$

$w_1 = 5$

$\boxed{3^x = w}$

$3^x = 5$

$\log 3^x = \log 5$

$x.\log 3 = \log 5$

$x = (\log 5):(\log 3)$

$x \approx 1{,}46$

$w_2 = 1$

$\boxed{3^x = w}$

$3^x = 1$

$3^x = 3^0$

$x = 0$